

## Çizgelerde Yapısal Karmaşıklık Ölçülmesinde Farklı Parametrelerin Kullanımı

İhsan TUĞAL<sup>1</sup>, Murat DEMİR<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bilgisayar Mühendisliği, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Muş Alparslan Üniversitesi, Muş, Türkiye

<sup>2</sup>Bilgisayar Mühendisliği, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Muş Alparslan Üniversitesi, Muş, Türkiye

Sorumlu yazar: i.tugal@alparslan.edu.tr, ORCID<sup>1</sup> 0000-0003-1898-9438

### Özet

Çizgelerde yapısal karmaşıklığı ölçmek için entropi kullanılabilir. Entropi ölçüsü çizgelerdeki düğüm ve kenarların yerleşimi hakkında bilgiler verir. Elde edilen ölçü kompleks sistemlerin yorumlanmasına yardımcı olur. Bu çalışmada Shannon entropi ölçümler için kullanıldı. Hesaplamalarda çizgedeki toplam düğüm sayısı, toplam kenar sayısı, toplam düğüm derecesi, maksimum oluşabilecek kenar sayısı gibi parametreler kullanılarak entropi değerleri bulundu. Farklı çizge türlerinde bu parametrelerle elde edilen sonuçlar karşılaştırıldı. Düğüm sayısı birer birer artırılarak ölçümler tekrarlandı. Düğüm sayısı ve kenar sayısı arttıkça değerlerin ne yönde oluştuğu gözlemlendi. Hangi çizge türünde hangi parametrenin kullanımının doğru olacağı örneklerle gösterildi.

**Anahtar Kelimeler:** Çizge, Karmaşıklık, Shannon Entropi

## Use of Different Parameters in Quantifying Structural Complexity in Graphs

### Abstract

Entropy can be used to measure structural complexity in graphs. Entropy value gives information about the placement of nodes and edges in graphs. The measure obtained helps to interpret complex systems. In this study Shannon was used for entropy measurements. In the calculations, the entropy values were found by using parameters such as total number of nodes, total number of edges, total node degree, maximum number of edges that can occur in the graph. Entropy values were compared with these parameters in different graph types. Measurements were repeated by increasing the number of nodes by one in the graphs. It was tried to be understood in what direction the values would occur as the number of nodes and the number of edges increased. It was shown with examples that which parameter would be accurate to use in which graph type.

**Keywords:** Graph, Complexity, Shannon Entropy

### 1. GİRİŞ

Entropi kavramı, çizgelerin yapısal karmaşıklığını ve bilgi içeriğini ölçmek için; bilgisayar bilimi, bilgi teorisi, istatistik, biyoloji, kimya, sosyoloji gibi birçok disiplinde çokça kullanılmaktadır[1]. Çizgelerde ilişkilerin çeşitli niteliklere göre olasılık dağılımlarının ölçülmesi mümkündür. Bu olasılık durumları entropi hesaplamalarında kullanılabilir. Yapısal karmaşıklık, çizgenin belki de en önemli özelliğidir. Çünkü karmaşık bir ağda düğümlerin ve kenarların düzenlenme şeklini ortaya koyar ve işlevlerin önemli oranda etkinliğini gösterir[2]. Shannon entropi [3] veya birçok farklı entropi [4]–[7] olasılık dağılımıyla birlikte uygulanabilir. Yapısal özelliğin bir indeksi olarak sayısal bir değer elde edilebilir. Bu değer çizge hakkında yorum yapmamızı sağlar. Çizgelerde merkezilikleri bulmak [8], [9] ve kümelemeleri tespit etmek [10], [11] için entropi fazlasıyla kullanılmaktadır.

Rashevsky [12], Trucco [13], Mowshowitz [14], çizge entropisini tanımlayan ve inceleyen ilk araştırmacılar. Körner [15], bilgi ve kodlama teorisindeki problemlerle ilgili farklı bir çizge entropi tanımı ortaya koymuştur [1]. Tanımlanan ve çeşitli problemlerin çözümü için kullanılan birçok farklı entropi önerisi vardır [16]–[18]. Entropi tabanlı ölçümlerin inşasında düğüm sayısı, düğüm derece dizisi ve genişletilmiş derece dizileri (yani ikinci komşu, üçüncü komşu vb.) gibi birkaç çizge değişmezi kullanılmıştır [12]. Düğümler, bir çizgenin aynı yörüngesine aitlerse topolojik olarak eşdeğer olarak kabul edilirler. Bu prensibi kenar otomorfizm grubuna uygulayarak, Trucco [13] benzer entropi ölçümleri getirmiştir. Mowshowitz [14], entropi temelli ölçülerin özelliklerini oluşturmak ve hesaplamayı basitleştirmek için çeşitli çizge işlemleri ve sonuçlar

üzerindeki hesaplamaların etkisini inceledi. Her bir entropi tanımının çözüme katkı sunduğu alanlar, problemler farklı olabilir.

George ve ark. [19], markov zinciri tarafından oluşturulan entropi oranını bağlı bir çizge üzerinde maksimize edip ve önceden belirlenmiş bir sabit dağılıma tabi tutarak kapsamlı bir analiz sağladılar. Aggarwal [20], bir karar vericinin bir ölçüt değerinin öznel faydasını modellemek için entropi tabanlı bir yöntem sundu. Önerilen yöntem ve yaklaşım, gerçek bir araba seçimi vaka çalışmasında uygulandı. Zhou ve ark. [21], belirsiz subjektif yargıların dahil edildiği, çeşitli öz nitelikli karar verme problemleriyle başa çıkmak için karar vermenin risk tercihini dikkate alan entropi tabanlı bir ağırlık atama sürecini gösterdi. Birden çok öznelite türü ve entropi temelli ağırlık ataması ile kanıta dayalı akıl yürütme yaklaşımı sunuldu. Manzoor ve ark. [22] topolojik indeksler kullanarak moleküler çizgelerin entropi ölçümlerini yaptılar.

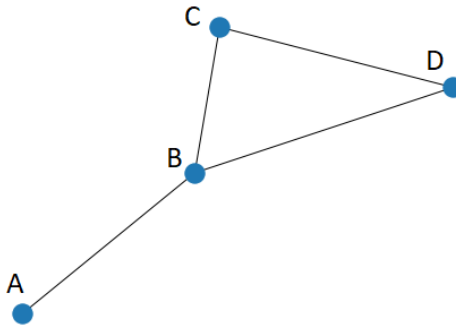
Karmaşık, anlaşılması zor durum, öğelerinin veya gerekli işlemlerin sayısının çokluğu ve çeşitliliği yüzünden anlaşılması ve yapılması güç olan, komplike, sofistike anlamlarına gelir [23]. Karmaşıklık bir parametre olarak, yani bir şeyin bir ölçüsü olarak anlayabiliriz. Genelde karmaşık sistemler, elemanların ilişkileri ile ilgili bilgileri yakalamak ve ölçmek için çizge yapısında modellenir. Bu modeller ile sistemdeki eleman sayısı, kümelenmeler, ilişkilerin derecesi, önemi, derinliği, uyum ve anlamsallığı ölçülebilir [24]. Çizgelerin karmaşıklığını ölçmek birçok alanda karşılığı olan bir sorundur. Mevcut yaklaşımlar ya rasgele (olasılıksal) ya da istatistiksel (deterministik) karmaşıklığa dayanır. Rasgele karmaşıklık, bir yapının rastlantısallık veya dağınıklık derecesini nicelleştirmeyi amaçlamaktadır. İstatistiksel karmaşıklıkta ise düğüm derecesi, kenar yoğunluğu veya Laplacian spektrumu gibi istatistiksel özellikler kullanılarak sonuç alınmaya çalışılır [25], [26].

Bu çalışmada Shannon entropi ile çizgenin farklı yapısal nitelikleri kullanılarak karmaşıklığı (belirsizlik) ölçülmüştür. Bu ölçümlerin, farklı türdeki çizgelerde nasıl sonuçlar vereceği, bu sonuçlara göre hangi yöntemin kullanılmasının daha iyi olacağı anlaşılmaya çalışılmıştır. Farklı türdeki çizgelerde kullanımlarının avantajlarının neler olabileceği gözlemlenmiştir.

Kullanılan çizge türlerinde merkeziliği yüksek olan düğüm sayısı 1'dir. Ya da genelde bütün düğümler aynı özelliklere sahiptir. Bu şekilde, kullanılan olasılık hesaplama yönteminin etkisi daha iyi görülür. Seyrek çizgelerde tam bağlı çizgeye entropi değerlerinin dönüşümü gözlenmiştir.

## 2. ÇİZGELER

Çizge  $G = (V, E)$  şeklinde tanımlanacak olursa;  $G$  çizgeyi,  $V$  düğümleri,  $E$  kenarları ifade eder. Bir çizge Şekil 1'de görüldüğü gibi gösterilebilir.  $V = \{A, B, C, D\}$  düğümler kümesidir.  $E = \{(A, B), (B, C), (B, D), (C, D)\}$  kenarlar kümesidir. Düğümler arasındaki kenar çok farklı ifadelerle sahip olabilir. Arkadaşlık, mesajlaşma gibi herhangi bir ilişkiyi gösterebilir. Bu ilişki türü yönlü veya yönsüzdür. Ayrıca kenarlar ağırlıklandırılabilir. Bu yapılar matrisler ile matematiksel olarak ifade edilebilir. Ağırlıksız çizgelerde iki düğüm arasında ilişki varsa kenar 1 değerini alır, yoksa 0 değerini alır.



Şekil 1. Çizge yapısı örneği

$$n = \text{düğüm sayısı} = 4$$

$$e = \text{toplam kenar sayısı} = 4$$

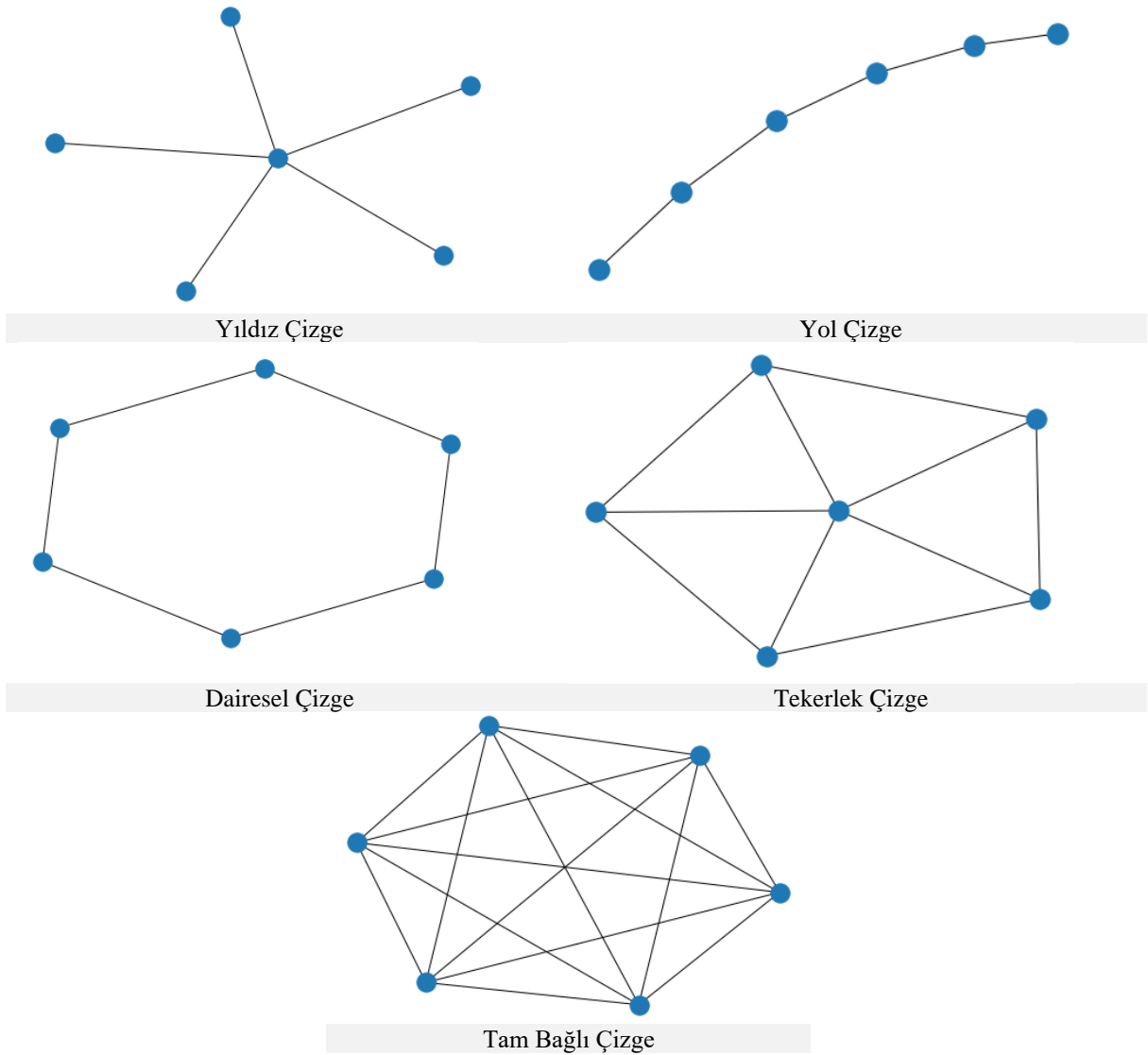
$$d = \text{düğüm derecesi} = (d_A=1, d_B=3, d_C=2, d_D=2)$$

$$td = \text{toplam düğüm derecesi} = (d_A + d_B + d_C + d_D) = 8$$

$$te = \text{maksimum kenar sayısı} = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

Düğüm sayısı, düğüm derecesi, kenar sayısı, kenar ağırlıkları gibi değerler çizgenin yapısı hakkında çok bilgi ihtiva eder. Bu değerler sayesinde bu yapıya dönüştürülen sistemler yorumlanır, analizler gerçekleştirilir. Çizgeler matematiksel olarak ifade edilmesi kolay, ayrıca farklı disiplinlere de aynı mantıkla uygulanabilir bir çözüm sunar. Bu yüzden günümüzde birçok farklı alanda kullanılmaktadır. İlişkisel yapılar çizge yapısına rahatlıkla dönüştürülebilir.

Bu çalışmada kullanılan çizge yapıları yıldız, yol, dairesel, tekerlek, tam bağlı çizgelerdir. Seçilen bu tür çizgelerde düğüm derecesi 1, 2, 3 ve  $(n-1)$  olan düğümler vardır. Yıldız çizge düğümlerin merkezi tek düğüme bağlandığı ve bilginin merkezi düğümden tüm düğümlere iletildiği bir çizge olarak tanımlanabilir. Merkezi düğüm kaldırıldığında bütün kenarlar kalkmış olur. Yol çizgelerde bir düğümden diğerine geçiş için tek yol vardır. Bir çizgede, eşit özellikte düğümlerin olduğu yapıyı ifade eder. Dairesel çizgedeki bütün düğümlerin düğüm derecesi 2'dir ve bütün düğümler tek yol üzerinden birbirlerine bağlanırlar.  $n$  düğümlü bir dairesel çizgede  $n$  adet kenar vardır. Bir çizgede eşit özellikte düğümlerin olduğu yapıyı ifade eder. Tekerlek çizgeye yıldız ve daire çizgelerin birleşmiş hali denilebilir. Dairesel bir çizgeye, çizgedeki bütün düğümlere bağlantısı olan bir düğüm eklendiğinde tekerlek çizge oluşur. Tam bağlı çizgeler, bütün düğümlerin doğrudan birbiriyle bağlantılı olduğu çizgelerdir. Her düğüm diğer bütün düğümlere bağlıdır.



Şekil 2. Farklı çizge yapıları

### 3. ÇİZGE ENTROPİ

Entropi, bir sistemin yararlı bir iş yapmak için kullanılmayan termal enerjisinin ölçüsüdür. Fizikte kullanılan bir termodinamik terimdir. Bir sistemdeki rastlantısallık, düzensizlik (bozukluk) ve belirsizlik olarak ta ifade

edilebilir. Fizik dışında istatistikten, bilgisayar bilimlerine kadar birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Entropi kavramı, birçok alanda kendiliğinden değişimin yönü hakkında derinlemesine bilgi sağlar [27]. 1850'de Alman fizikçi Rudolf Clausius tarafından ifade edilen kavram, 19. yüzyıl fiziğinin en önemli özelliklerinden biridir. Termodinamiğin ikinci yasası olan entropi, evrende düzensizliğin sürekli olarak tek yönlü bir şekilde arttığını söyler [28],[29]. Entropinin istatistik biliminde de kullanımı vardır. Ludwig Boltzmann ünlü denkleminde  $S = k \log W$  ile entropi değerini hesaplar.  $W$  mikroskobik durumların sayısını ifade eder.  $k$  ise Boltzmann sabitidir [30].

$$\text{Entropi (E)} = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (1)$$

Claude E. Shannon veri iletiminde entropi kullanmıştır [3]. İletilecek bilginin kaç farklı olasılığının olduğu bulunur, buna göre bilginin kaç bit ile iletileceği entropi ile hesaplanır. Denklem 1'de  $p$  değeri her bir durumun olasılığıdır. Örneğin yazı tura sonucunu karşı tarafa ileticeğiz. Her bir durumun olasılığı  $p_1 = 1/2$  ve  $p_2 = 1/2$ 'dir.

Entropi formülünde yerine yazarsak;

$$-\left(\frac{1}{2}\right) \log_2 \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) \log_2 \left(\frac{1}{2}\right) = 0,5 + 0,5 = 1 \text{ bit bulunur.}$$

Zar olayını düşünersek atılan zar sonucunu

$$\left(-\left(\frac{1}{6}\right) \log_2 \left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) \log_2 \left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) \log_2 \left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) \log_2 \left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) \log_2 \left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) \log_2 \left(\frac{1}{6}\right)\right) = 2,58 \text{ bit}$$

hesaplaması ile kaç bit ile karşıya ileticeğimizi öğrenebiliriz. Zar sonucu (001, 010, 011, 100, 101, 110) şeklindeki sonuçlardan biri olan 3 bit ile karşıya iletilir.

Çizge yapılarında belirsizliklerin ölçümü entropi ile yapılabilir. Bir çizge düğüm ve kenarlardan oluşur. Çizge entropi ile bütün düğümlerin entropisi hesaplanır. Sonrada çizgenin toplam entropisi hesaplanır. Her bir düğümün çizgedeki durum olasılığı çeşitli şekillerde hesaplanabilir. Bir çizgedeki kenar sayısı, düğüm sayısı, düğüm dereceleri gibi değerler bu olasılık hesabında kullanılabilir. Gerçek çizgelerde düğüm ve kenar sayıları birbirinden çok farklıdır. Bu çalışmada olasılık hesaplarken pay kısmında her bir düğümün derecesi kullanılmıştır. Payda da ise çeşitli varyasyonlar denenmiştir. Hangisinin kullanımının daha anlamlı olduğu anlaşılmalı çalışılmıştır. Çizgedeki toplam kenar sayısı, toplam düğüm sayısı, bütün düğümlerin toplam derece sayısı ve maksimum oluşabilecek kenar sayısı için entropi değerleri hesaplanmıştır. Bu değerlerden yola çıkılarak, olasılık hesaplamalarında hangisinin seçilmesinin doğru olacağına cevap bulunmaya çalışılmıştır.

Yıldız çizgelerde entropi değeri toplam düğüm sayısına göre;

$$E = \left| \left( \sum_{1}^{n-1} \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} \right) + \left( \frac{n-1}{n} \log \frac{n-1}{n} \right) \right| \quad (2)$$

Yıldız çizgelerde entropi değeri toplam düğüm derecesine göre;

$$E = \left| \left( \sum_{1}^{n-1} \frac{1}{td} \log \frac{1}{td} \right) + \left( \frac{n-1}{td} \log \frac{(n-1)}{td} \right) \right| \quad (3)$$

Yıldız çizgelerde entropi değeri toplam kenar sayısına göre;

$$E = \left| \left( \sum_{1}^{n-1} \frac{1}{e} \log \frac{1}{e} \right) + \left( \frac{n-1}{e} \log \frac{(n-1)}{e} \right) \right| \quad (4)$$

Yıldız çizgelerde entropi değeri maksimum kenar sayısına göre;

$$E = \left| \left( \sum_{1}^{n-1} \frac{1}{te} \log \frac{1}{te} \right) + \left( \frac{n-1}{te} \log \frac{(n-1)}{te} \right) \right| \quad (5)$$

Yol çizgelerde entropi değeri toplam düğüm sayısına göre;

$$E = \left| \left( \sum_{1}^{n-2} \frac{2}{n} \log \frac{2}{n} \right) + 2 \left( \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} \right) \right| \quad (6)$$

Dairesel çizgelerde entropi değeri toplam düğüm sayısına göre;

$$E = \left| \left( \sum_{1}^n \frac{2}{n} \log \frac{2}{n} \right) \right| \quad (7)$$

Tekerlek çizgelerde entropi değeri toplam düğüm sayısına göre;

$$E = \left| \left( \sum_{1}^{n-1} \frac{3}{n} \log \frac{3}{n} \right) + \left( \frac{n-1}{n} \log \frac{n-1}{n} \right) \right| \quad (8)$$

Tam bağlı çizgelerde entropi değeri toplam düğüm sayısına göre;

$$E = \left| \left( \sum_1^n \frac{(n-1)}{n} \log \frac{(n-1)}{n} \right) \right| \quad (9)$$

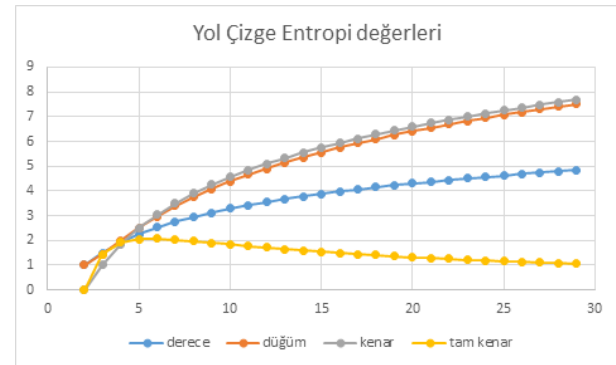
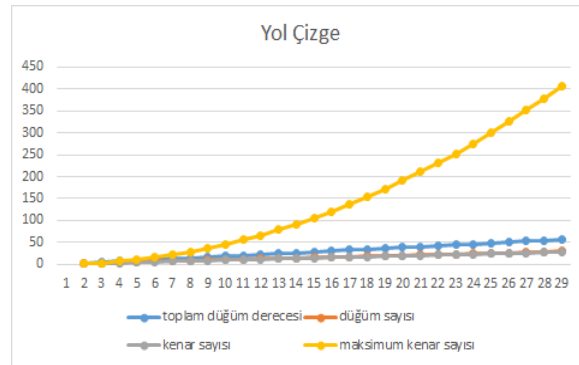
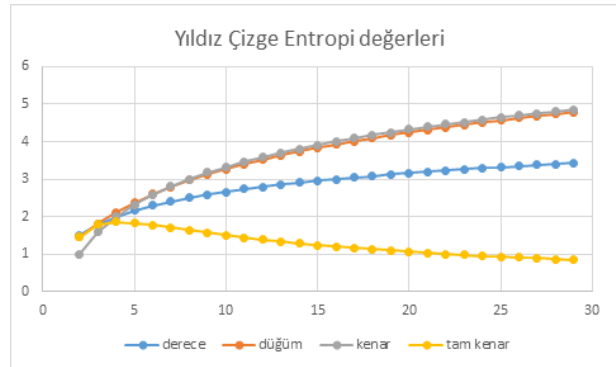
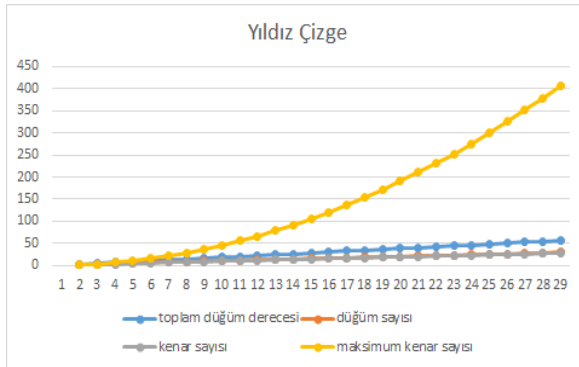
Çizgemiz Şekil 1'deki gibi olsun. Olasılık durum hesaplamaları Tablo 1'deki gibi olur.

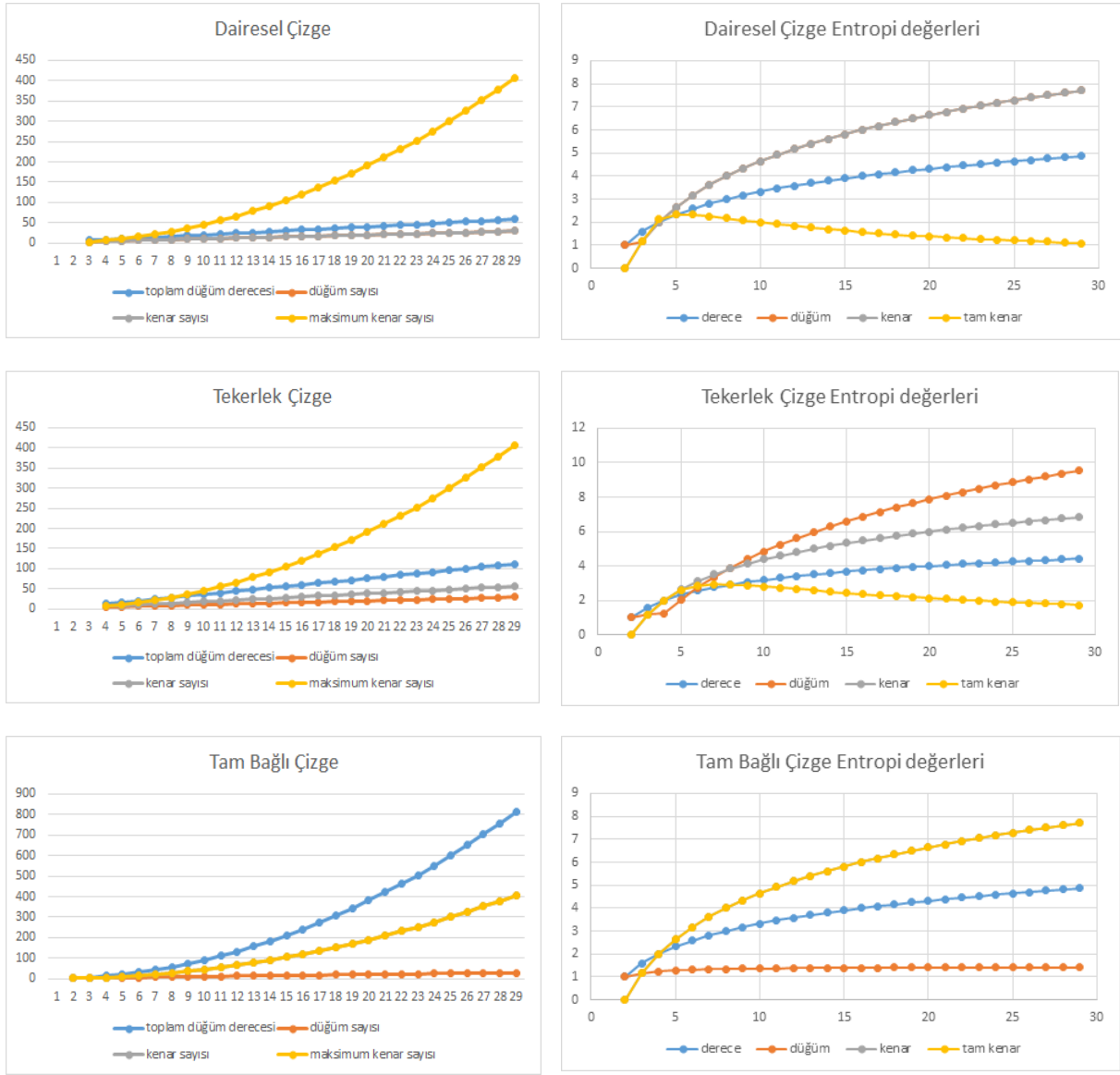
**Tablo 1.** Çizge entropi için olasılık hesaplamaları ve entropi değerleri (Şekil 1)

Düğüm adı	Düğüm derecesi (d)	Maksimum kenar sayısı (d/te)	Toplam kenar sayısı (d/e)	Toplam düğüm sayısı (d/n)	Toplam derece (d/td)
A	1	1/6	1/4	1/4	1/8
B	3	3/6	3/4	3/4	3/8
C	2	2/6	2/4	2/4	2/8
D	2	2/6	2/4	2/4	2/8
<b>Toplam Entropi</b>	<b>1.987</b>	<b>1.811</b>	<b>1.811</b>	<b>1.811</b>	<b>1.905</b>

#### 4. TARTIŞMA

Bu çalışmada 2 düğümden oluşan çizgeden başlayarak 29 düğüme sahip çizgeye kadar düğüm sayısı her seferinde bir artırılarak toplam entropi değerleri hesaplanmıştır. Her bir düğümün toplam entropi değerine etkisi hesaplanmıştır. Bu artışın ne yönde entropi değeri oluşturduğu gözlemlenmiştir. Çizgelerde kenar sayısının artışı ile birlikte toplam düğüm derecesi artar.





Şekil 3. Farklı çizge türlerinde yapısal değerlerin artışları ve entropi değerleri

Şekil 3'te yapısal değerler ve elde edilen sonuçların grafiksel gösterimi gösterilmiştir. Tam bağlı çizgelerde maksimum oluşabilecek kenar sayısı ile çizgede bulunan toplam kenar sayısı eşittir. Tam bağlı haricindeki çizgelerde maksimum kenar sayısı ile yapılan entropi hesapları doğru sonuçlar vermemiştir. Maksimum kenar sayısına göre yapılan hesaplamada artış tam bağlı çizge haricinde süreklilik göstermemiştir. Tam bağlı çizgelerde kenar ve tam kenar için aynı değerler elde edilir. İlişkisel yoğunluğu fazla olan çizgelerde önerilen bütün yöntemler aynı yönde sonuç vermiştir. Düğüm dereceleri, tam bağlı veya yoğun çizgelerde düğüm sayısı arttıkça daha fazla bir artış gösterir.

Toplam derece değerine göre elde edilen ölçümler bütün çizge türlerinde birbirine yakın artış göstermiştir. Bu parametrenin tüm çizge türlerinde kullanılabilirliğini gösterir. Toplam düğüm sayısına göre yapılan hesaplama sonucuna göre, toplam entropi değerleri daha az artış göstermiştir. Bu durum düğüm derecesinin yüksek olduğu çizgelerde düğüm sayısının artışı ile belirsizliğin çok artmadığını gösterir. Tam bağlı çizge haricindeki çizgelerde toplam çizge derecesi ve çizge toplam düğüm sayısı hesaplamaları birbirine yakın davranış göstermiştir. Bütün çizge türlerinde ve olasılık yöntemlerinde belli bir düğüm sayısından sonra toplam entropi değerlerinin artış aralığı azalmaktadır.

## 5. SONUÇ

Çizgenin karakterini, yapısal durumunu en doğru gösterecek ölçüm şeklinin seçilmesi problemlere doğru yaklaşımı sağlayacaktır. Kompleks yapılarda karmaşıklığın ölçüsü duruma göre farklı yorumlanabilir. Farklı karmaşıklık tanımları önerilebilir. Tek bir evrensel karmaşıklık ölçüsü yoktur. Günümüzde entropinin kullanım alanı yaygınlaşmıştır. Bu alanlardan biri de çizgeler ile ifade edilebilen yapılardır. Çizge yapısındaki sistemlerin karmaşıklığını ölçmek entropi ile mümkündür. Bu çalışmada düğümlerin entropisini hesaplarken olasılık için hangi yapısal değerlerin kullanılmasının daha iyi sonuçlar vereceği anlaşılmaya çalışılmıştır. Çizgelerde farklı yapısal nitelikler ile entropi ölçümünün yapılabileceği ve sonuca gidilebileceği görülmektedir. Somut örnekler üzerinden seçilen entropi ölçülerinin bağımlılıkları gösterilmiştir. Entropi değerinin kullanım amacına uygun olarak yapısal niteliklerin hesaplamaya dahil edilmesi doğru olacaktır. Bu çalışma, entropi hesaplamasında kullanılan parametrelerin orantısal olması gerektiğini göstermiştir. Düğüm derecelerinin ortalaması hangi parametrenin seçiminin doğru olacağını gösterebilir. Pay kısmında düğüm derecesi olduğu için buna uygun olacak paydada çizgedeki toplam düğüm derecesi veya toplam kenar sayısının kullanılması daha iyi sonuçlar almamızı sağlamıştır. Yoğun çizgelerde, bütün parametreler maksimuma yakın olduğu için kullanılacak parametre seçiminde daha rahat davranılabileceği sonucuna varılmıştır. Yoğun çizgelerde birbiriyle orantılı sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçlar seyrek çizgelerde kullanılan parametrelerin seçiminde dikkatli olunması gerektiğini gösteriyor. Bir sonraki çalışmada bu parametreler gerçek veri setlerine uygulanarak, sonuçlar karşılaştırılacaktır.

## KAYNAKÇA

- [1] M. Dehmer, A. Mowshowitz, A history of graph entropy measures, *Inf. Sci. (Ny)*, 181, 1, 57–78, 2011.
- [2] E. Estrada, *The Structure of Complex Networks*, 45, 2, 2011.
- [3] C. E. Shannon, *A Mathematical Theory of Communication*, *Bell Syst. Tech. J.*, 1948.
- [4] A. Rényi, On measures of entropy and information, *Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 1961, p. 547.
- [5] A. Karci, Fractional order entropy: New perspectives, *Optik (Stuttg)*, 127, 20, 9172–9177, 2016.
- [6] Y. Deng, Deng entropy, *Chaos, Solitons and Fractals*, 91, 549–553, 2016.
- [7] C. Tsallis, Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics, *J. Stat. Phys.*, 1988.
- [8] İ. Tuğal, A. Karci, Comparisons of Karci and Shannon entropies and their effects on centrality of social networks, *Phys. A Stat. Mech. its Appl.*, 523, 352–363, 2019.
- [9] L. Fei, Y. Deng, A new method to identify influential nodes based on relative entropy, *Chaos, Solitons and Fractals*, 104, 257–267, 2017.
- [10] E. C. Kenley, Y.-R. Cho, Entropy-Based Graph Clustering: Application to Biological and Social Networks, *2011 IEEE 11th International Conference on Data Mining*, 2011, pp. 1116–1121.
- [11] C. Ye, R. C. Wilson, E. R. Hancock, Graph characterization from entropy component analysis, *Proceedings - International Conference on Pattern Recognition*, 2014.
- [12] N. Rashevsky, Life, information theory, and topology, *Bull. Math. Biophys.*, 17, 3, 229–235, 1955.
- [13] T. Ernesto, A note on the information content of graphs, *Bull. Math. Biophys.*, 18, 2, 129–135, 1956.
- [14] A. Mowshowitz, Entropy and the complexity of graphs: I. An index of the relative complexity of a graph, *Bull. Math. Biophys.*, 30, 1, 175–204, 1968.
- [15] J. Körner, Coding of an information source having ambiguous alphabet and the entropy of graphs, *6th Prague Conference on Information Theory*, 1973.
- [16] Z. Chen, M. Dehmer, Y. Shi, Bounds for degree-based network entropies, *Appl. Math. Comput.*, 265, 983–993, 2015.
- [17] A. Mowshowitz, M. Dehmer, Entropy and the complexity of graphs revisited, *Entropy*, 14, 3, 559–570, 2012.
- [18] M. Dehmer, F. Emmert-Streib, *Analysis of Complex Networks: From Biology to Linguistics*. 2009.

- [19] M. George, S. Jafarpour, F. Bullo, Markov Chains with Maximum Entropy for Robotic Surveillance, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2019.
- [20] M. Aggarwal, Decision aiding model with entropy-based subjective utility, *Inf. Sci. (Ny)*, 501, 558–572, 2019.
- [21] M. Zhou, X.-B. Liu, J.-B. Yang, Y.-W. Chen, J. Wu, Evidential reasoning approach with multiple kinds of attributes and entropy-based weight assignment, *Knowledge-Based Syst.*, 163, 358–375, 2019.
- [22] S. Manzoor, M. K. Siddiqui, S. Ahmad, On entropy measures of molecular graphs using topological indices, *Arab. J. Chem.*, 13, 8, 6285–6298, 2020.
- [23] Türk Dil Kurumu Sözlük. [Online]. Adres: [www.tdk.gov.tr](http://www.tdk.gov.tr). [Erişim: 28-Kasım-2020].
- [24] J. Colchester, *Systems & Complexity*. Complexity Labs, 2016.
- [25] D. Bonchev, Kolmogorov's information, Shannon's entropy, and topological complexity of molecules, *Bulg. Chem. Commun.*, 28, 567–582, 1995.
- [26] S. Cao, M. Dehmer, Y. Shi, Extremality of degree-based graph entropies, *Inf. Sci. (Ny)*, 278, 22–33, 2014.
- [27] İ. Tuğal, A. Karcı, "Renyı entropi ile ülkelerin hava trafiğinin analizi, *Mühendislik Bilim. ve Tasarım Derg.*, 7, 4, 843–853, 2019
- [28] Y. H. Fu, C. Y. Huang, C. T. Sun, Using global diversity and local topology features to identify influential network spreaders, *Phys. A Stat. Mech. its Appl.*, 2015.
- [29] A. Ben-Naim, *A Farewell To Entropy : Statistical Thermodynamics Based On Information*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2008.
- [30] C. G. Chakrabarti, K. De, Boltzmann-Gibbs entropy: axiomatic characterization and application, *Int. J. Math. Math. Sci.*, 23, 4, 243–251, 2000.